

ثانية بكالوريا

علوم تجريبية

الدورة الأولـــى

2Bac

Maths

فروض محروسة

نماذج فروض

فروض منزلية

مع التصحيح



الحمد لله وبه أستعين

ثانية بكلوريا علوم فزيائية

التحضير للفرض المحروس

رقم 1

الدورة الأولى

موسم 2020 – 2021

ثانوية الليمون _ بركان



ملاحظة هامة : نظرا لطبيعة التعليم عن بعد وعدم كفاية الوقت لتقديم الدرس وانجاز التمارين
في القسم فان فروض هذه السنة تعد حالة استثنائية من حيث سهولتها والاقتصار على ساعة أوساعة ونصف بدل ساعتين

نموذج فرض

مستوى 2 باك ع

2020
2021

تمرين 1 :

نعتبر الدالة المعرفة بصيغتها :

$$f(x) = \frac{1-3x}{1+9x}$$

1°) حدد D_f ، وبين أن f تناقصية قطعا على D_f .

2°) أحسب صورة المجال $]-\infty,-1]$ بالدالة f .

فيما تبقى من الأسئلة، سنقتصر على المجال $I=]0,+\infty[$

3°) بين أن f متصلة على I .

4°) استنتج أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ، مع تحديد المجال J .

5°) أثبت أن: $f^{-1}(x) = \frac{1}{3} \times \frac{x-1}{3x+1}$ لكل x من J .

6°) حدد رتابة f^{-1} على J ثم أحسب صورة المجال $[0;\frac{1}{3}]$ بالدالة f^{-1} .

7°) أدرس اتصال f^{-1} على J .

* ——— *

تمرين 2 :

نعتبر المعادلة :

$$x^3 + 8x - \frac{1}{2} = 0 \quad (x \in \mathbb{R} \text{ : حيث})$$

1°) برهن أن المعادلة تقبل حلا على الأقل $\beta \in]0,1[$

2°) تحقق أن :

أ- $\beta \in]0;\frac{1}{2}[$

ب- $\beta = \frac{1}{2\beta^2+16}$

ج- $\beta \neq \frac{1}{\beta}$

د- $\beta^{2021} < \beta^{2020}$

$1h \leqslant$ مدة الانجاز $\leqslant 1h15min$

• الحل :

تمرين 1

$$f(x) = \frac{1-3x}{1+9x}$$

1°) لدينا : $1+9x=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{9}$

اذن : $x \neq -\frac{1}{9} \Leftrightarrow 1+9x \neq 0$ ومنه : $D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{9}\}$

ولكل x من D_f :

$$f'(x) = \left(\frac{-3x+1}{9x+1}\right)' = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 9 & 1 \end{vmatrix}}{(9x+1)^2}$$

$$= \frac{(-3)(1) - 9\times 1}{(9x+1)^2} = \frac{-3-9}{(9x+1)^2} < 0$$

المشتقة سالبة ، اذن **f تناقصية قطعا**.

2°)

$$f(]-\infty;-1]) = [f(-1); \lim_{-\infty} f[$$

$$= [\frac{1-3(-1)}{1+9(-1)}; -\frac{3}{9}[$$

$$= [-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}[$$

3°) f دالة جذرية ، اذن متصلة على كل مجال من مجموعة تعريفها : $D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{9}\}$ وبما أن : $I =]0+\infty[\subset D_f$ (لأن : $-\frac{1}{3} \notin I$) فإن :

f متصلة على I

4°) مما سبق نعلم أن : f متصلة وتناقصية قطعا على I اذن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على المجال $J = f(I)$.

$$J = f(]0,+\infty[) =]\lim_{+\infty} f; \lim_{x \to 0^+} f[$$

$$J =]-\frac{1}{3}; 1[$$

5°) لكل x من $J =]-\frac{1}{3};1[$ و y من $I =]0,+\infty[$ لدينا :

$$f^{-1}(x) = y \Leftrightarrow f(y) = x$$

$$f(y) = x \Leftrightarrow \frac{1-3y}{1+9y} = x$$

$$\Leftrightarrow 1-3y = x+9yx \Leftrightarrow -3y-9yx = x-1$$

$$\Leftrightarrow 3y+9yx = 1-x$$

$$\Leftrightarrow 3y(1+3x) = 1-x$$

وبما أن: $1+3x \neq 0$ (نعلم أن: $x \in]-\frac{1}{3};1[$)

فإن:

$$y = \frac{1-x}{3(1+3x)}$$

اذن: $f^{-1}(x) = \frac{1}{3} \times \frac{1-x}{1+3x}$ لكل x من J.

6°) f تناقصية قطعا على I اذن:

تذكير: f و f^{-1} لهما نفس الرتابة.

f^{-1} تناقصية قطعا على J

$$f^{-1}([0;\tfrac{1}{3}]) = [f^{-1}(\tfrac{1}{3}) ; f^{-1}(0)]$$

$$= \left[\frac{1}{3} \times \frac{1-1/3}{1+3/3} ; \frac{1}{3} \times \frac{1-0}{1+3\times 0}\right] = \left[\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2} ; 1\right]$$

$$= \left[\frac{1}{9} ; \frac{1}{3}\right]$$

$$f^{-1}([0;\tfrac{1}{3}]) = [\tfrac{1}{9};\tfrac{1}{3}]$$

7°) f متصلة على I اذن: f^{-1} متصلة على J.

تمرين 2:

$$x^3 + 8x - \frac{1}{2} = 0$$

1°) الدالة: $f : x \mapsto x^3 + 8x - \frac{1}{2}$ متصلة على $[0;1]$

و: $f(0) \times f(1) = -\frac{1}{2} \times \left(1+8-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+8\right) < 0$

اذن حسب مبرهنة القيم الوسيطية المعادلة: $f(x) = 0$

تقبل على الأقل حلا: $\beta \in]0;1[$

يعني المعادلة تقبل على الأقل حلا β في المجال $]0;1[$.

2) أ- $f(0) \times f(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{8} + 4 - \frac{1}{2}\right)$: لأن $\beta \in]0; \frac{1}{2}[$

$= -\frac{1}{2}\left(\frac{1+32-4}{8}\right) = -\frac{1}{2} \times \frac{29}{8} < 0$

ب- نعلم أن β حل للمعادلة إذن : $\beta^3 + 8\beta - \frac{1}{2} = 0$

$\Longleftrightarrow \beta(\beta^2 + 8) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \beta = \frac{1}{2(\beta^2+8)}$

ومنه : $\boxed{\beta = \frac{1}{2\beta^2 + 16\beta}}$

ج- نفترض أن $\beta = \frac{1}{\beta}$ إذن : $\beta^2 = 1$ ومنه : $\beta^2 - 1 = 0$

إذن : $(\beta - 1)(\beta + 1) = 0$ نجد : $\beta = 1$ أو $\beta = -1$

وهذا مستحيل لأن : $\beta \in]0; \frac{1}{2}[$ (حسب س أ)

د- نعلم أن $\beta > 0$ إذن $\beta^{2020} > 0$

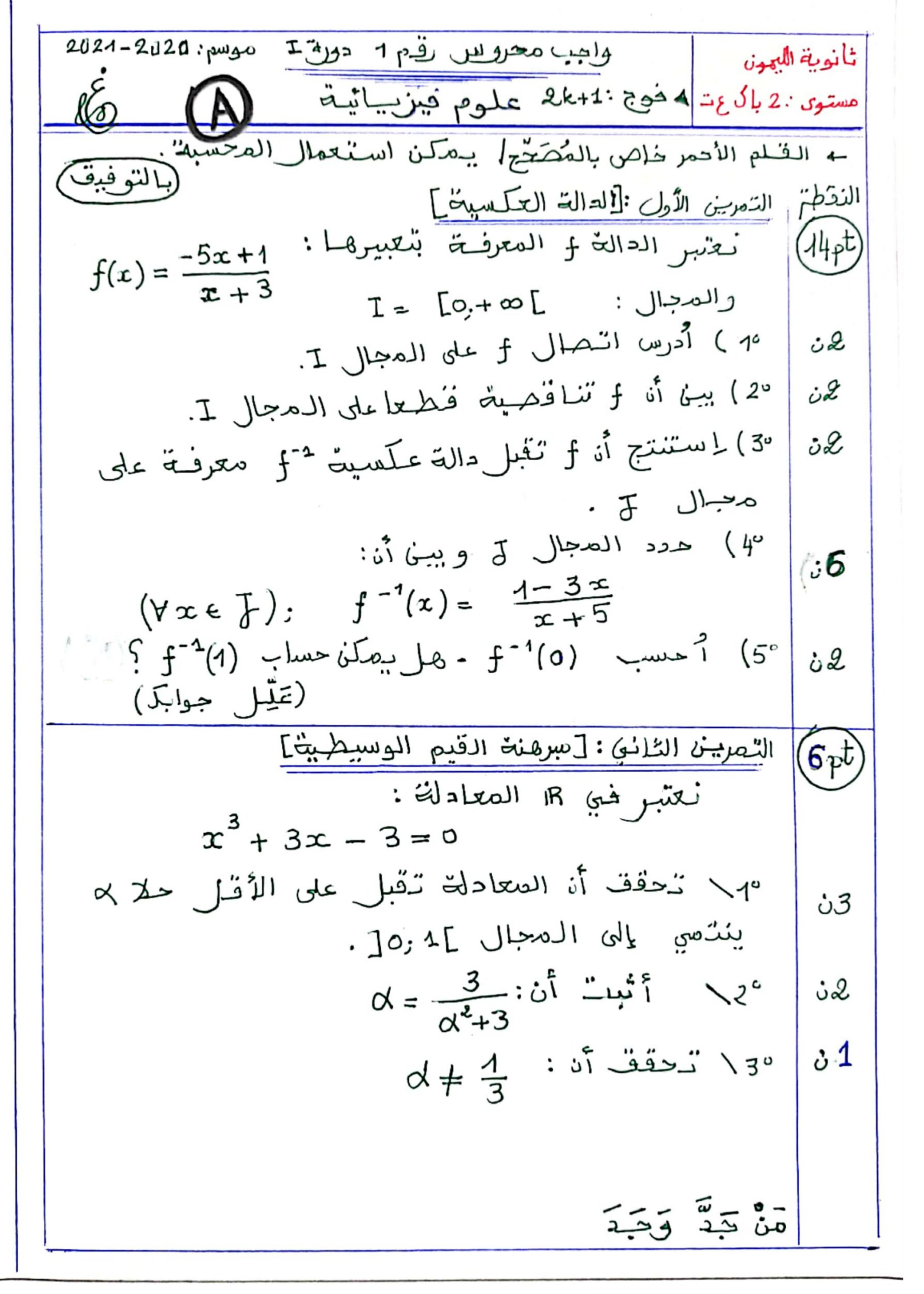
ولدينا : $\beta < 1$ إذن : $\beta \times \beta^{2020} < 1 \times \beta^{2020}$

وبالتالي :

$\beta^{2021} < \beta^{2020}$

— *** fin *** —

Scanné avec CamScanner



ثانوية الليمون

مستوى: 2 باك ع ت

واجب محروس رقم 1 دورة I موسم: 2020-2021

فوج: 2k+1 علوم فيزيائية

A

← القلم الأحمر خاص بالمصحح/ يمكن استعمال المحسبة.

بالتوفيق

التمرين الأول: [الدالة العكسية] (14pt)

النقط

نعتبر الدالة f المعرفة بتعبيرها: $f(x) = \dfrac{-5x+1}{x+3}$

والمجال: $I = [0;+\infty[$

1°) أدرس اتصال f على المجال I. (2ن)

2°) بين أن f تناقصية قطعا على المجال I. (2ن)

3°) استنتج أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J. (2ن)

4°) حدد المجال J وبين أن: (6ن)

$$(\forall x \in J) : \quad f^{-1}(x) = \frac{1-3x}{x+5}$$

5°) أحسب $f^{-1}(0)$ - هل يمكن حساب $f^{-1}(1)$ ؟ (علل جوابك) (2ن)

التمرين الثاني: [مبرهنة القيم الوسيطية] (6pt)

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة:

$$x^3 + 3x - 3 = 0$$

1°\ تحقق أن المعادلة تقبل على الأقل حلا α ينتمي إلى المجال $]0;1[$. (3ن)

2°\ أثبت أن: $\alpha = \dfrac{3}{\alpha^2+3}$ (2ن)

3°\ تحقق أن: $\alpha \neq \dfrac{1}{3}$ (1ن)

مَنْ جَدَّ وَجَدَ

Scanné avec CamScanner

ثانية باك ع / تصحيح الواجب المحروس رقم 1 موسم 21/20

قسم 2 فك 3 فوج : 2k+1 1/3

التمرين الأول:

$f(x) = \frac{-5x+1}{x+3}$ و $I = [0 +\infty[$

1°) f دالة جذرية ، اذن f متصلة على كل مجال ضمن مجموعة تعريفها D_f .

لدينا : $D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$ و $I \subset D_f$

(لأن $3 \notin I$) اذن :

f متصلة على I.

2°) لدينا لكل x من I :

$$f'(x) = \left(\frac{-5x+1}{x+3}\right)' = \frac{\begin{vmatrix} -5 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}}{(x+3)^2}$$

$$= \frac{(-5)(3) - (1)(1)}{(x+3)^2} = \frac{-15-1}{(x+3)^2} < 0$$

اذن f تناقصية قطعا على I

3°) حسب ما سبق :

f متصلة على I
f تناقصية قطعا على I

اذن f تقبل دالة عكسية معرفة على المجال $J = f(I)$

4°)

$$J = f(I) = f([0+\infty[)$$

$$= \left]\lim_{+\infty} f \,;\, f(0)\right]$$

$$J = \left]-5 ; \frac{1}{3}\right]$$

حساب $f^{-1}(x)$:

Scanné avec CamScanner

لنبحث عن x من $J =]-5; \frac{1}{3}]$ و y من : $I = [0, +\infty[$

لدينا :
$$f^{-1}(x) = y \Leftrightarrow f(y) = x$$
$$\Leftrightarrow \frac{-5y+1}{y+3} = x$$
$$\Leftrightarrow -5y + 1 = xy + 3x$$
$$\Leftrightarrow -5y - xy = 3x - 1$$
$$\Leftrightarrow y(-5-x) = 3x - 1$$
$$\Leftrightarrow y = \frac{3x-1}{-5-x} \quad (x \neq -5 \text{ لأن})$$

اذن : $f^{-1}(x) = \frac{1-3x}{5+x}$ لكل x من J.

2/3

5°) لدينا :
$$f^{-1}(0) = \frac{1 - 3\times 0}{5+0} = \boxed{\frac{1}{5}}$$

f^{-1} معرفة على $J =]-5; \frac{1}{3}]$ و $1 \notin]-5; \frac{1}{3}]$ اذن

لا يمكن حساب $f^{-1}(1)$

التمرين 2

$$x^3 + 3x - 3 = 0$$

1°) الدالة : $f : x \mapsto x^3 + 3x - 3$

متصلة على المجال $[0 ; 1]$

و : $f(0) \times f(1) = -3 \times (1 + 3 - 3)$
$$= -3 < 0$$

إذن حسب مبرهنة القيم الوسيطية المعادلة $f(x) = 0$

تقبل على الأقل حلا α في المجال $]0; 1[$

اذن المعادلة تقبل على الأقل حلا $\alpha \in]0;1[$.

Scanné avec CamScanner

2° \ نعلم أن α يحقق المعادلة (حل للمعادلة):

$$x^3+3x-3=0$$

اذن : $\alpha^3+3\alpha-3=0$ ومنه : $\alpha(\alpha^2+3)=3$

3/3

اذن :

$$\alpha=\frac{3}{\alpha^2+3}$$

3° \ طريقة ① نفترض أن $\alpha=\frac{1}{3}$

لدينا :

$$\alpha^3+3\alpha-3=0$$

اذن :

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3+3\left(\frac{1}{3}\right)-3=0$$

$$\frac{1}{27}-2=0$$

$\frac{1}{27}=2$ مستحيل اذن : $\alpha\neq\frac{1}{3}$

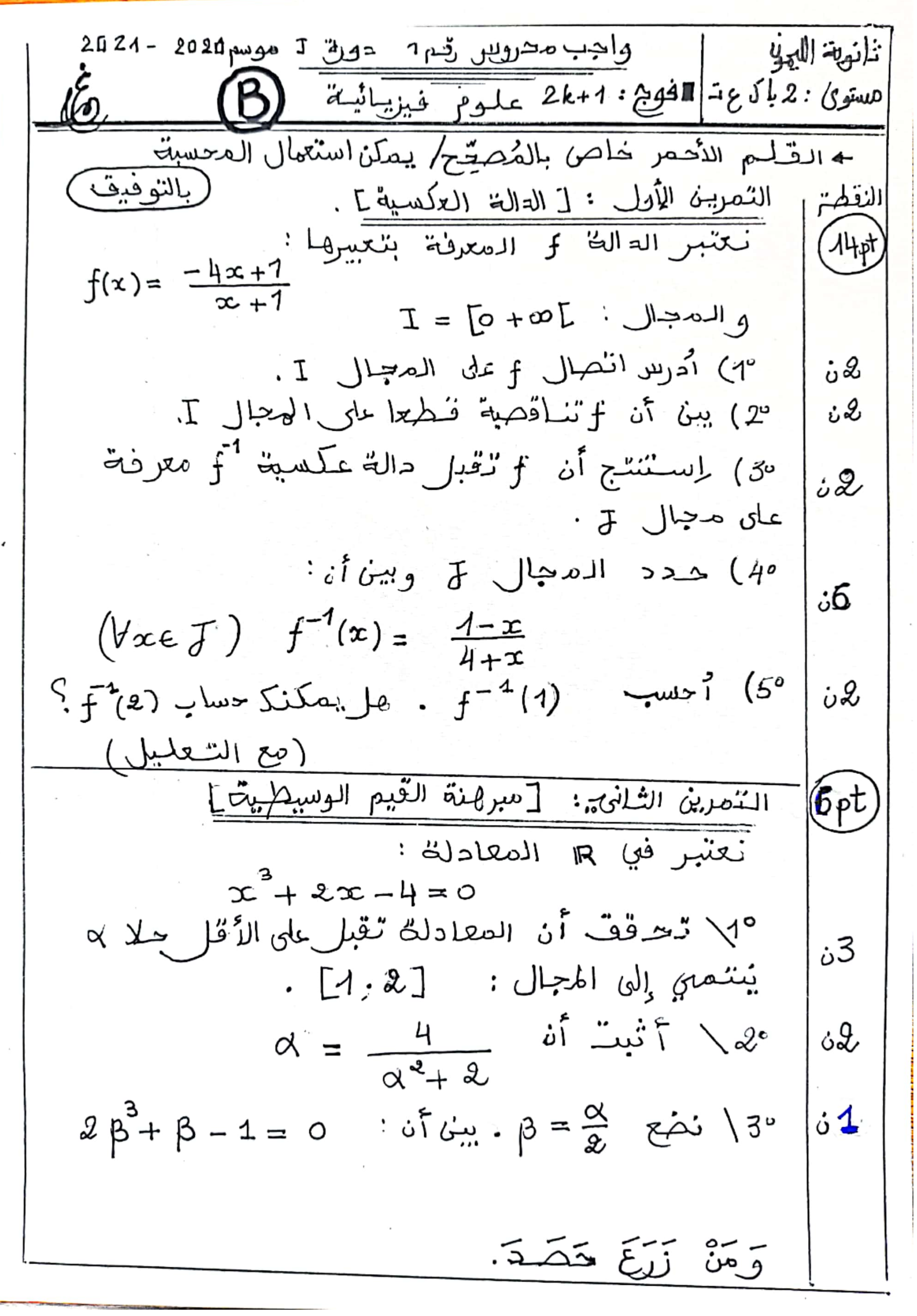
طريقة ② نعلم أن :

$$\alpha=\frac{1}{\alpha^2+3}$$

نفترض أن $\alpha=\frac{1}{3}$ اذن ;

$$\frac{1}{3}=\frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2+3}=\frac{1}{\frac{1}{9}+3}=\frac{1}{\frac{28}{9}}$$

اذن : $\frac{1}{3}=\frac{9}{28}$ مستحيل اذن : $\alpha\neq\frac{1}{3}$



ثانوية الليمون — مستوى : 2 باك ع ت

واجب محروس رقم 1 دورة 1 موسم 2020 - 2021

فوج : 2k+1 علوم فيزيائية — B

← القلم الأحمر خاص بالمُصحِّح/ يمكن استعمال المحسبة

بالتوفيق

النقطة	
14pt	**التمرين الأول : [الدالة العكسية].**

نعتبر الدالة f المعرفة بتعبيرها :

$$f(x) = \frac{-4x+1}{x+1}$$

والمجال : $I = [0 +\infty[$

1°) أدرس اتصال f على المجال I. — 2ن

2°) بين أن f تناقصية قطعا على المجال I. — 2ن

3°) إستنتج أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J. — 2ن

4°) حدد المجال J وبين أن: — 6ن

$$(\forall x \in J) \quad f^{-1}(x) = \frac{1-x}{4+x}$$

5°) أحسب $f^{-1}(1)$. هل يمكنك حساب $f^{-1}(2)$؟ (مع التعليل) — 2ن

6pt	**التمرين الثاني: [مبرهنة القيم الوسيطية]**

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة :

$$x^3 + 2x - 4 = 0$$

1°\ تحقق أن المعادلة تقبل على الأقل حلا α ينتمي إلى المجال : $[1;2]$. — 3ن

2°\ أثبت أن $\alpha = \frac{4}{\alpha^2+2}$ — 2ن

3°\ نضع $\beta = \frac{\alpha}{2}$. بين أن : $2\beta^3 + \beta - 1 = 0$ — 1ن

وَمَنْ زَرَعَ حَصَدَ.

ثانية باك علوم / تصحيح الواجب المحروس - فوج : 2K + 1 قسم : 2 فكلا 3 .

1/2 التمرين 1 :

$f(x) = \frac{-4x+1}{x+1}$ $I = [0;+\infty[$

1°) f دالة جذرية ، اذن متصلة على كل مجال من مجموعة تعريفها :

$D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

لدينا : $-1 \notin I$ اذن $I \subset D_f$ ومنه f متصلة على المجال I

2°) لكل x من I :

$$f'(x) = \left(\frac{-4x+1}{x+1}\right)' = \frac{\begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{-4-1}{(x+1)^2} < 0$$

ومنه f تناقصية قطعا على المجال I.

3°) لدينا مما سبق :

f متصلة على المجال I
f تناقصية قطعا على I
اذن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على المجال $J = f(I)$

4°)

$$J = f([0+\infty[) =]\lim_{+\infty} f ; f(0)]$$

$$J =]-4 ; 1]$$

حساب $f^{-1}(x)$: ليكن x من J =]-4; 1] و y من I = [0;+∞[

لدينا :

$$f^{-1}(x) = y \Leftrightarrow f(y) = x$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4y+1}{y+1} = x \Leftrightarrow -4y+1 = xy+x$$

$$\Leftrightarrow (-4-x)y = x-1$$

$$\Leftrightarrow (4+x)y = 1-x$$

وبما أن $x \in]-4; 1]$ فإن $4+x > 0$ اذن :

يمكن القسمة على $(4+x$

اذن :

$$y = \frac{1-x}{4+x}$$

ومنه : $f^{-1}(x) = \frac{1-x}{4+x}$ لكل x من J

5°) لدينا : $f^{-1}(1) = \frac{1-1}{4+1} = \frac{0}{5} = \boxed{0}$

طريقة أخرى) : $f(0) = 1$ وإذن : $(0 = f^{-1}(1)$

f^{-1} معرفة على $]-4;1]$ و $2 \notin]-4;1]$

اذن : **لا يمكن حساب $f^{-1}(2)$**

التمرين 2 :

$$x^3 + 2x - 4 = 0$$

1°\ الدالة : $f \quad x \longmapsto x^3 + 2x - 4$ متصلة على المجال $[1;2]$

ولدينا : $f(1) \times f(2) = (1+2-4) \times (8+4-4)$
$= -1 \times 8 < 0$

إذن حسب مبرهنة القيم الوسيطية المعادلة : $f(x)=0$ تقبل على الأقل حلا $\alpha \in]1;2[$

اذن المعادلة $x^3 + 2x - 4 = 0$ تقبل على الأقل حلا $\alpha \in]1;2[$

2°\ نعلم أن α حل للمعادلة اذن : $\alpha^3 + 2\alpha - 4 = 0$

ومنه : $\alpha(\alpha^2+2) = 4$ نجد : $\boxed{\alpha = \frac{4}{\alpha^2+2}}$

3°\ نضع $\beta = \frac{\alpha}{2}$ اذن : $\alpha = 2\beta$ وبما أن α حل للمعادلة

فإن : $(2\beta)^3 + 2(2\beta) - 4 = 0$ اذن : $8\beta^3 + 4\beta - 4 = 0$

نختزل بـ : 4 فنجد : $\boxed{2\beta^3 + \beta - 1 = 0}$

—* انتهى *—

ثانوية اليمونة // واجب محروس رقم 1 دورة I : 2020-2021
مستوى ثانية باك ع // فوج: 2k+1 علوم فيزيائية •• (A)

4 القلم الأحمر خاص بالمصحح / يمكن استعمال المحسبة

بالتوفيق

(النقطة) **التمرين الأول** < الدالة العكسية >

(14pt)

f دالة عددية معرفة بصيغتها: $f(x) = \dfrac{5x+1}{6x+1}$

وليكن المجالين: $I =]-\frac{1}{6};+\infty[$ و $K =]-\infty;-\frac{1}{6}[$

1°\ تحقق أن: $D_f = K \cup I$ ثم استنتج أن f متصلة على I و K. — 2ن

2°\ بين أن f تناقصية قطعا على المجال I. — 2ن

3°\ إستنتج أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J نحو I. — 2ن

4°\ أدرس اتصال ورتابة f^{-1} على J. — 2ن

5°\ حدد المجال J و بين أن: — 6ن

$f^{-1}(x) = \dfrac{1-x}{6x-5}$ لكل x من J.

التمرين الثاني : < مبرهنة القيم الوسيطية >

(6pt)

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة: $x^3 - 7x + \frac{1}{3} = 0$

1°) برهن أن المعادلة تقبل على الأقل حلا: $\alpha \in]0;1[$ — 3ن

2°) تحقق من العبارات التالية: — 3ن

أ -) $\alpha \neq \frac{1}{3}$ ب -) $0 < \alpha^{100} < 1$

ج -) $\alpha^2 + \dfrac{1}{3\alpha} = 7$

تصحيح الواجب المحروس رقم 1 / 2 فك 2 فوج : 2k+1 /

التمرين الأول :

$$f(x) = \frac{5x+1}{6x+1}$$

1° التحقق :

$x \in D_f \Leftrightarrow 6x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1/6$

إذن :

$D_f =]-\infty ; -\frac{1}{6}[\cup]-\frac{1}{6} ; +\infty[$

$= K \cup I$

الاستنتاج : f دالة جذرية ، إذن f متصلة على كل مجال ضمن مجموعة تعريفها ، ومما سبق لدينا :

$D_f = K \cup I$

إذن f متصلة على المجالين I و K.

2° لكل x من I :

$$f'(x) = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 6 & 1 \end{vmatrix}}{(6x+1)^2} = \frac{5-6}{(6x+1)^2} = \frac{-1}{(6x+1)^2} < 0$$

إذن f تناقصية قطعا على المجال I

3° من خلال ما سبق لدينا :

$\begin{cases} f \text{ متصلة على المجال } I \\ f \text{ تناقصية قطعا على } I \end{cases}$ إذن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على المجال $J = f(I)$ نحو المجال I.

4° f متصلة على I إذن f^{-1} متصلة على $J = f(I)$.

f تناقصية قطعا على I إذن f^{-1} تناقصية قطعا على $J = f(I)$

5° تحديد J :

$$J = f(I) = f(]-\frac{1}{6} ; +\infty[) =]\lim_{+\infty} f ; \lim_{x \to -1/6^{>}} f(x)[$$

$$\lim_{+\infty} f = \lim_{x \to +\infty} \frac{5x}{6x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{5}{6} = \boxed{\frac{5}{6}}$$

$$\lim_{\substack{x \to -1/6 \\ x > -1/6}} f(x) = ?$$

لدينا :

$$x > -1/6 \Rightarrow 6x > -1 \Rightarrow 6x + 1 > 0$$

اذا :

$$\lim_{x \to -1/6} (6x + 1) = 0^+$$

وبالتالي :

$$\lim_{\substack{x \to -1/6 \\ >}} f(x) = \text{"} \frac{-\frac{5}{6} + 1}{0^+} \text{"} = \text{"} \frac{\frac{1}{6}}{0^+} \text{"} = \boxed{+\infty}$$

طريقة أخرى :

$$6x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{6}$$

جدول الاشارة :

x		$-1/6$	
$6x+1$	$-$	0	$+$

$x > -1/6$

اذا :

$$\lim_{\substack{x \to -1/6 \\ >}} \frac{5x+1}{6x+1} = \text{"} \frac{1/6}{0^+} \text{"}$$

منطقة موجبة اذا المقام سيبقى حاملا لإشارة $+$.

وبالتالي

$$\boxed{J = \left] \frac{5}{6} ; +\infty \right[}$$

حساب $f^{-1}(x)$: ليكن x من J و y من I لدينا : $f^{-1}(x) = y$

$$\Leftrightarrow f(y) = x \Leftrightarrow \frac{5y + 1}{6y + 1} = x$$

$$\Leftrightarrow 5y + 1 = 6xy + x$$

Scanné avec CamScanner

$\Longleftrightarrow \quad y(5-6x) = x-1$

بما أن $x \in]\frac{5}{6};+\infty[$ فإن $5-6x \neq 0$

إذن: $y = \frac{x-1}{5-6x} = \frac{1-x}{6x-5}$ ومنه: $f^{-1}(x) = \frac{1-x}{6x-5}$ لكل x من J.

التمرين الثاني: $x^3 - 7x + \frac{1}{3} = 0$

1° الدالة: $f : x \longmapsto x^3 - 7x + \frac{1}{3}$ متصلة على المجال:

$[0;1]$ (حدودية) ولدينا: $f(0) \times f(1) = \frac{1}{3} \times (1-7+\frac{1}{3})$

$= \frac{1}{3}(-6+\frac{1}{3}) = \frac{1}{3} \times \frac{-17}{3} < 0$

اذن حسب مبرهنة القيم الوسيطية المعادلة $f(x)=0$ تقبل على الأقل حلا $\alpha \in]0;1[$. ومنه المعادلة: $x^3 - 7x + \frac{1}{3} = 0$ تقبل حلا على الأقل $\alpha \in]0;1[$.

2° التحقق: أ- نفترض أن: $\alpha = \frac{1}{3}$

نعلم أن α حل للمعادلة $x^3 - 7x + \frac{1}{3} = 0$

وهذا يعني أن: $\alpha^3 - 7\alpha + \frac{1}{3} = 0$

اذن: $\left(\frac{1}{3}\right)^3 - \frac{7}{3} + \frac{1}{3} = 0$

أي: $\frac{1}{27} - \frac{6}{3} = 0$ نجد $\frac{1}{27} = 2$ مستحيل اذن: $\boxed{\alpha \neq \frac{1}{3}}$

ب- نعلم أن $0 < \alpha < 1$ اذن $0^{100} < \alpha^{100} < 1^{100}$

ومنه: $\boxed{0 < \alpha^{100} < 1}$

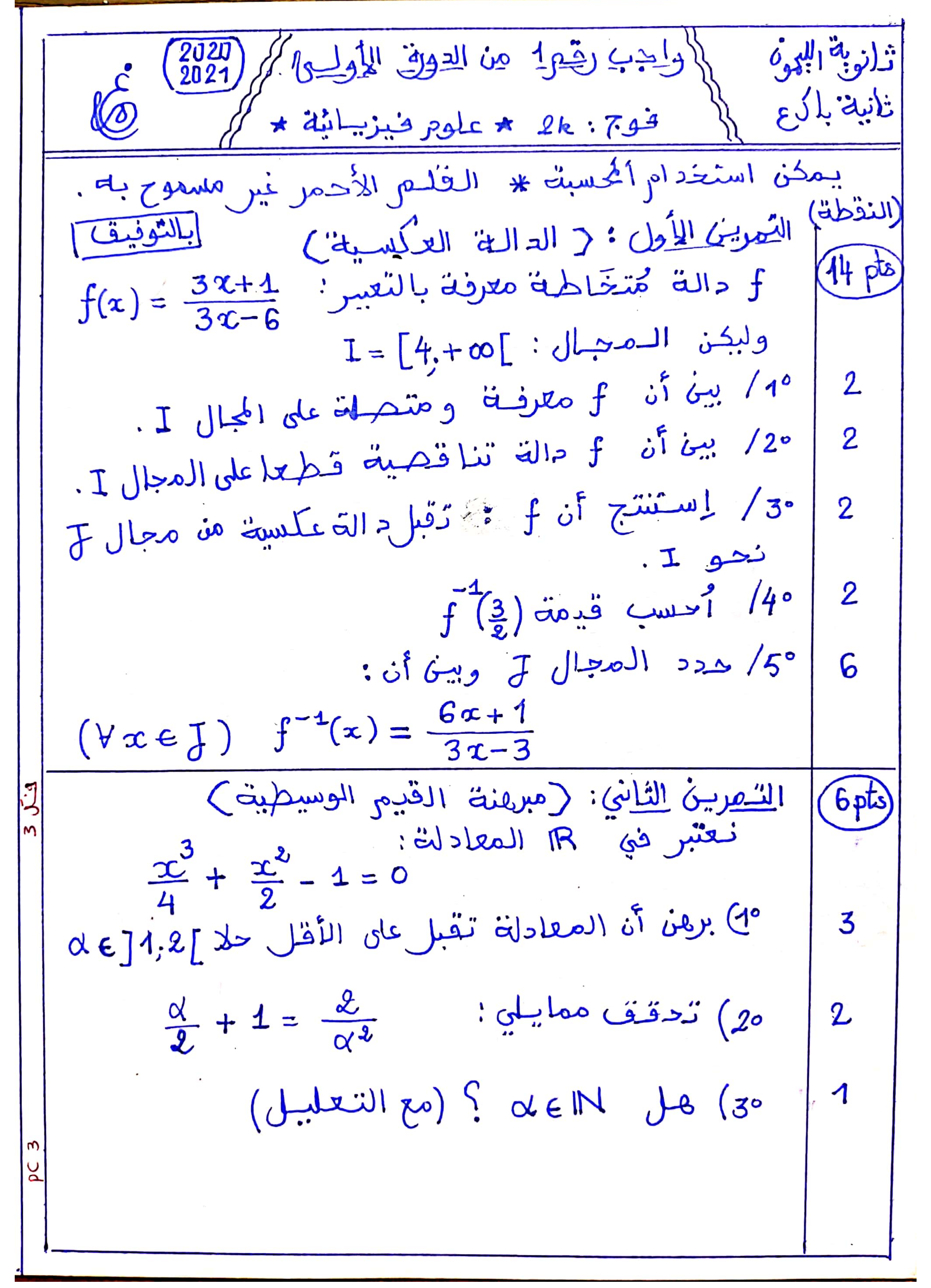
ج- 2) نعلم أن : $\alpha^3 - 7\alpha + \frac{1}{3} = 0$

اذن : $\alpha^3 + \frac{1}{3} = 7\alpha$

نقسم على α (لأن $\alpha \neq 0$) كلا الطرفين :

$$\boxed{\alpha^2 + \frac{1}{3\alpha} = 7}$$

——+ * *fin* * +——



ثانوية الليمون ثانية باك ع	واجب رقم 1 من الدورة الأولى * علوم فيزيائية * 2k : فوج	2020 2021

يمكن استخدام المحسبة * القلم الأحمر غير مسموح به .

بالتوفيق

(النقطة)

التمرين الأول : (الدالة العكسية) — 14 pts

f دالة عددية معرفة بالتعبير : $f(x)=\dfrac{3x+1}{3x-6}$

وليكن المجال : $I=[4,+\infty[$

1° / بين أن f معرفة ومتصلة على المجال I . — 2

2° / بين أن f دالة تناقصية قطعا على المجال I . — 2

3° / استنتج أن f تقبل دالة عكسية من مجال J نحو I . — 2

4° / أحسب قيمة $f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$ — 2

5° / حدد المجال J وبين أن : — 6

$$(\forall x\in J)\quad f^{-1}(x)=\frac{6x+1}{3x-3}$$

التمرين الثاني : (مبرهنة القيم الوسيطية) — 6 pts

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة :

$$\frac{x^3}{4}+\frac{x^2}{2}-1=0$$

1°) برهن أن المعادلة تقبل على الأقل حلا $\alpha\in]1;2[$ — 3

2°) تحقق مما يلي : $\dfrac{\alpha}{2}+1=\dfrac{2}{\alpha^2}$ — 2

3°) هل $\alpha\in\mathbb{N}$ ؟ (مع التعليل) — 1

تصحيح الواجب رقم 1 — 2k : ثوج — 2 فك 3 — 1/3

تمرين 1 : لبحث : $f(x)=\frac{3x+1}{3x-6}$ و $I=[4,+\infty[$

1°/ لدينا :

$D_f=\{x\in\mathbb{R} \,/\, 3x-6\neq 0\}$

$=\mathbb{R}-\{2\}=]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$

بما أن : $I\subset D_f$ فإن f معرفة على I.

طريقة أخرى : إذا كان $x\in I$ فإن : $x\geqslant 4$ إذن : $3x-6\geqslant 3\times4-6$ أي $3x-6\geqslant 6>0$ ومنه $3x-6\neq0$ إذن f معرفة على I

الاتصال : f دالة جذرية.

إذن f **متصلة** على كل مجال ضمن مجموعة تعريفها.

بما أن f معرفة على I فإنها متصلة عليه.

2°/ لكل x من I :

$$f'(x)=\frac{\begin{vmatrix}3 & 1\\ 3 & -6\end{vmatrix}}{(3x-6)^2}=\frac{(3)(-6)-3}{(3x-6)^2}$$

$$=\frac{-18-3}{(3x-6)^2}<0$$

إذن f تناقصية قطعا على I.

3°/ لدينا مما سبق :

f متصلة على المجال I ؛ f تناقصية قطعا على المجال I } إذن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على المجال : $J=f(I)$ نحو المجال I.

/4° حساب $f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$: نضع : $\alpha = f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$

لدينا : $f(\alpha) = f\left(f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)\right) = \frac{3}{2}$ إذن : $\frac{3\alpha+1}{3\alpha-6} = \frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow 2(3\alpha+1) = 3(3\alpha-6)$

$\Leftrightarrow 6\alpha + 2 = 9\alpha - 18 \Leftrightarrow -3\alpha = -20 \Leftrightarrow \alpha = \frac{20}{3}$

إذن : $\boxed{f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{20}{3}}$

/5°

$J = f(I) = f([4;+\infty[) = \left]\lim_{+\infty} f \,;\, f(4)\right]$

$= \left]\lim_{x\to+\infty} \frac{3x}{3x} \,;\, \frac{3\times4+1}{3\times4-6}\right] = \left]1 \,;\, \frac{13}{6}\right]$

ليكن x من $J = \left]1;\frac{13}{6}\right]$ و y من $I = [4,+\infty[$

لدينا :

$y = f^{-1}(x) \Leftrightarrow f(y) = x$

$\Leftrightarrow \frac{3y+1}{3y-6} = x \Leftrightarrow 3y+1 = 3xy - 6x$

$\Leftrightarrow 3y - 3xy = -1 - 6x$

$\Leftrightarrow y(3-3x) = -1-6x$

بما أن $x > 1$ فإن $3-3x \neq 0$ إذن : $y = -\frac{1+6x}{3-3x}$

ومنه : $f^{-1}(x) = \frac{6x+1}{3x-3}$ لكل x من J.

التمرين 2

$(x \in \mathbb{R}) \quad \frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{2} - 1 = 0$

1°/ الدالة : $f : x \longmapsto \frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{2} - 1$ مستمرة على

المجال : $[1;2]$ ولدينا:

$f(1) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{1+2-4}{4} = -\frac{1}{4} < 0$

$f(2) = \frac{8}{4} + \frac{4}{2} - 1 = 2+2-1 = 3 > 0$

اذا: $f(1) \times f(2) < 0$ ومنه حسب مبرهنة القيم الوسيطة

المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل على الأقل حلا $\alpha \in]0;1[$

2°/ نعلم أن α حل للمعادلة اذا: $\frac{\alpha^3}{4} + \frac{\alpha^2}{2} - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\alpha^3}{4} + \frac{\alpha^2}{2} = 1$$

نضرب الطرفين في $\frac{2}{\alpha^2}$:

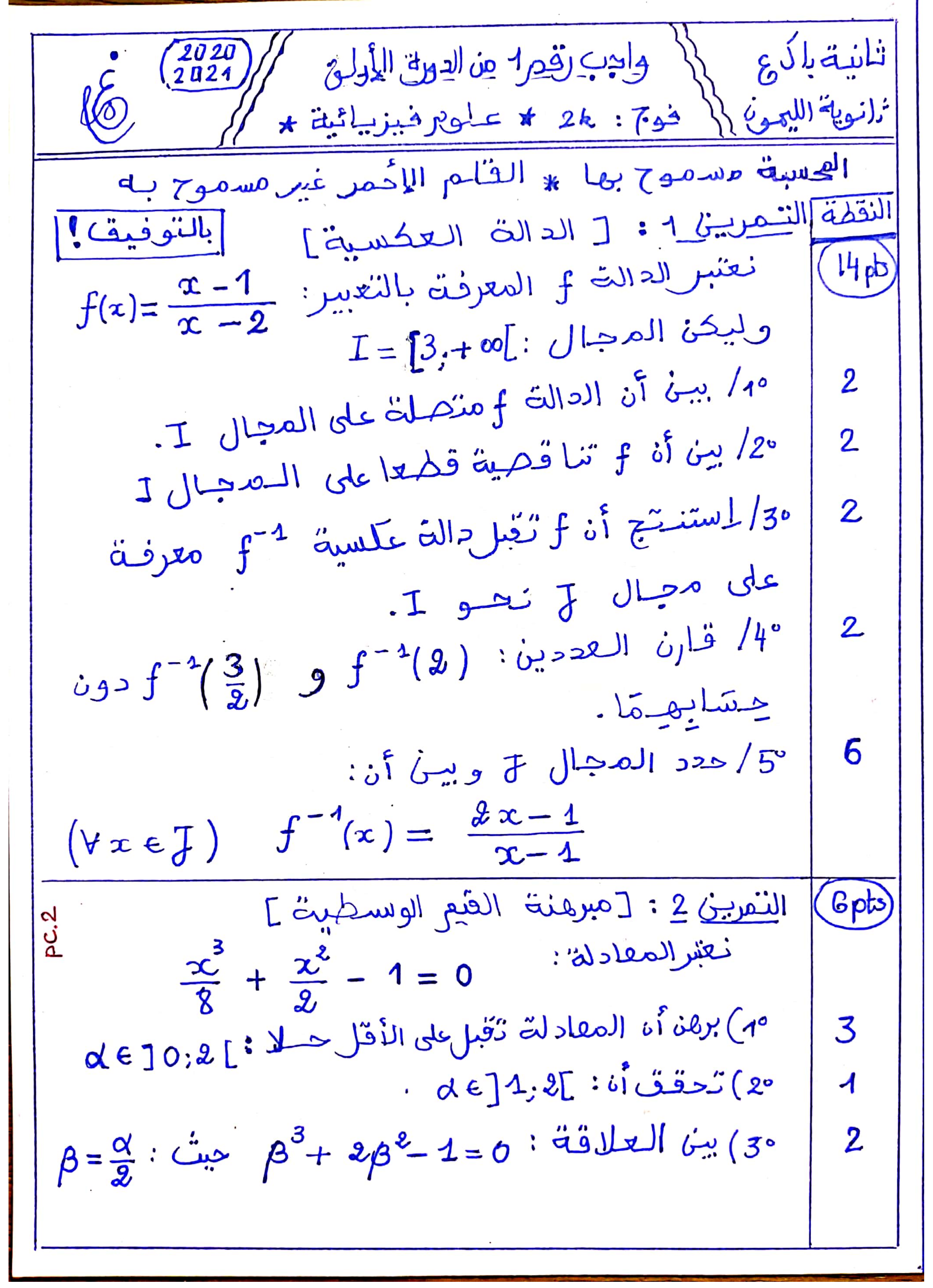
$$\frac{2}{\alpha^2} \times \left(\frac{\alpha^3}{4} + \frac{\alpha^2}{2}\right) = \frac{2}{\alpha^2} \times 1$$

ننشر ثم نبسط :

$$\boxed{\frac{\alpha}{2} + 1 = \frac{2}{\alpha^2}}$$

3°/ $\alpha \notin \mathbb{N}$ لأن: $\alpha \in]1;2[$

والمجال $]1;2[$ لا يحتوي على أعداد صحيحة طبيعية.



ثانوية الليمون ثانية باكالوريا	واجب رقم 1 من الدورة الأولى فوج : 2k * علوم فيزيائية *	2020 2021

المحسبة مسموح بها * القلم الأحمر غير مسموح به

بالتوفيق !

النقطة	
14pts	**التمرين 1 : [الدالة العكسية]** نعتبر الدالة f المعرفة بالتعبير: $f(x)=\frac{x-1}{x-2}$ وليكن المجال: $I=[3;+\infty[$
2	1°/ بين أن الدالة f متصلة على المجال I.
2	2°/ بين أن f تناقصية قطعا على المجال I
2	3°/ استنتج أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J نحو I.
2	4°/ قارن العددين: $f^{-1}(2)$ و $f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$ دون حسابهما.
6	5°/ حدد المجال J وبين أن: $(\forall x\in J)\quad f^{-1}(x)=\frac{2x-1}{x-1}$
6pts	**التمرين 2 : [مبرهنة القيم الوسطية]** نعتبر المعادلة: $\frac{x^3}{8}+\frac{x^2}{2}-1=0$
3	1°) برهن أن المعادلة تقبل على الأقل حلا $\alpha\in]0;2[$:
1	2°) تحقق أن: $\alpha\in]1;2[$.
2	3°) بين العلاقة: $\beta^3+2\beta^2-1=0$: حيث $\beta=\frac{\alpha}{2}$

pc.2

تمرين 1 : $f(x)=\dfrac{x-1}{x-2}$; $I=[3;+\infty[$

/1° f دالة جارية ، اذن f متصلة على كل مجال من مجموعة تعريفها D_f . لدينا:

$$D_f=\{x\in\mathbb{R} : x-2\neq 0\}=\mathbb{R}-\{2\}$$
$$=]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$$

و بما أن : $I\subset]2;+\infty[$ اذن f متصلة على I

/2° لكل x من I لدينا :

$$f'(x)=\frac{\begin{vmatrix}1&-1\\1&-2\end{vmatrix}}{(x-2)^2}=\frac{-2-(-1)}{(x-2)^2}=\frac{-1}{(x-2)^2}<0$$

اذن f تناقصية قطعا على المجال I .

/3° من خلال ما سبق نعلم أن :

f متصلة على I
f تزايدية قطعا على I

اذن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على المجال $J=f(I)$ نحو I.

/4° لدينا : $\frac{3}{2}<2$ و f^{-1} تناقصية اذن : $f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)>f^{-1}(2)$

تذكير: f و f^{-1} لهما نفس الرتابة .

/5°

$$J=f(I)=f([3;+\infty[)=]\lim_{+\infty}f;f(3)]$$

$$J=]1;2]$$

حساب $f^{-1}(x)$: ليكن x من $J=]1;2]$ و y من I

لدينا: $y = f^{-1}(x) \Leftrightarrow f(y) = x$

$$\Leftrightarrow \frac{y-1}{y-2} = x \Leftrightarrow y-1 = xy-2x$$

$$\Leftrightarrow y - xy = 1-2x$$

$$\Leftrightarrow y(1-x) = 1-2x$$

بما أن: $x \in]1;2]$ فإن: $1-x \neq 0$

اذن: $y = \frac{1-2x}{1-x} = \frac{2x-1}{x-1}$ ومنه:

$f^{-1}(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ لكل x من J.

تمرين 2

$$\frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} - 1 = 0$$

/1° الدالة: $f : x \mapsto \frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} - 1$ متصلة

على المجال $[0;2]$ ولدينا:

$f(0) = -1$ و $f(2) = \frac{8}{8} + \frac{4}{2} - 1 = 2$

اذن $f(0) \times f(2) < 0$ ومنه حسب مبرهنة القيم الوسيطية

المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل على الأقل حلا $\alpha \in]0;2[$.

/2° التحقق: لدينا: $f(2) = 2 > 0$

و $f(1) = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{-3}{8} < 0$ اذن: $f(1) \times f(2) < 0$

ومنه: $1 < \alpha < 2$

/3° نضع: $\beta = \frac{\alpha}{2}$ إذا: $\alpha = 2\beta$

وبما أن α حل للمعادلة: $f(x) = 0$

فإن: $\frac{\alpha^3}{8} + \frac{\alpha^2}{2} - 1 = 0$

نعوض: $\frac{(2\beta)^3}{8} + \frac{(2\beta)^2}{2} - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{8\beta^3}{8} + \frac{4\beta^2}{2} - 1 = 0$$

إذن: $\boxed{\beta^3 + 2\beta^2 - 1 = 0}$ —*fin*—

<u>سؤال إضافي</u>: ماذا تستنتج مما سبق (سؤال 13°)

إذا: $\alpha \in]1;2[\Longleftrightarrow \beta = \frac{\alpha}{2} \in]\frac{1}{2};1[$

$\alpha \in]1;2[$ حل للمعادلة $\frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} - 1 = 0$

إذن:

يوجد $\beta \in]\frac{1}{2};1[$ حل للمعادلة:

$$x^3 + 2x^2 - 1 = 0$$